– Corrigé- Dynamique d'un système électrique. —

1 La proposition A n'est pas une bonne réponse car les armatures d'un condensateur sont conductrices.
La proposition B est une bonne réponse.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car il faut un isolant entre les armatures d'un condensateur.

2 La proposition A n'est pas une bonne réponse car un condensateur ne coupe pas le circuit.
La proposition B est une bonne réponse.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car les armatures d'un condensateur peuvent être chargées.

3 La proposition A n'est pas une bonne réponse car la charge est notée $-q$.
La proposition B est une bonne réponse.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car l'armature B porte une charge électrique q.

4 La proposition A n'est pas une bonne réponse car $q = C \cdot u$.
La proposition B n'est pas une bonne réponse car $q = C \cdot u$.
La proposition C est une bonne réponse.

5 La proposition A est une bonne réponse car $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C \cdot u$, donc $i = C \cdot \frac{du}{dt}$.
La proposition B n'est pas une bonne réponse car $i = \frac{dq}{dt}$.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C \cdot u$ donc $i = C \cdot \frac{du}{dt}$.

6 La proposition A n'est pas une bonne réponse car la tension ne peut pas diminuer lors d'une charge.
La proposition B est une bonne réponse.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car la tension augmente avant de se stabiliser.

7 La proposition A est une bonne réponse car le temps caractéristique a pour expression $\tau = R \cdot C$.

La proposition B est une bonne réponse car le temps caractéristique a pour expression $\tau = R \cdot C$.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car le temps caractéristique ne dépend pas de E.

8 La proposition A n'est pas une bonne réponse car :
$\tau = R \cdot C = 10 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-9} = 10^{-3}$ s
La proposition B est une bonne réponse.
La proposition C n'est pas une bonne réponse.

9 La proposition A n'est pas une bonne réponse car le temps caractéristique a pour expression $\tau = R \cdot C$, donc la durée de charge dépend aussi de la résistance.
La proposition B est une bonne réponse car le temps caractéristique a pour expression $\tau = R \cdot C$.
La proposition C n'est pas une bonne réponse car le temps caractéristique a pour expression $\tau = R \cdot C$, donc la durée de charge dépend aussi de la capacité du condensateur.

10 La proposition A est une bonne réponse car le temps caractéristique correspond à l'abscisse de $0{,}63 \times U_{max} = 0{,}63 \times 5{,}0 = 3{,}2$ V. Par lecture graphique, on trouve $\tau = 0{,}1$ s.
La proposition B n'est pas une bonne réponse.
La proposition C n'est pas une bonne réponse.

---

15 **1.** Faux. Les courbes représentants $u(t)$ et $i(t)$ sont extrémales et nulles aux mêmes instants. Ces deux grandeurs sont donc en phase.

2. Faux. La courbe $u(t)$ s'annule avant la courbe $i(t)$. L'intensité du courant est donc en retard de phase sur la tension.

3. Faux. L'intensité du courant n'est pas en avance de phase sur la tension, le dipôle n'a pas un comportement capacitif.

4. Faux. Quand une grandeur est maximale, l'autre est minimale et inversement. Les deux grandeurs sont en opposition de phase.

17 **1.** Si $q_A = 4{,}8\ \mu C$, alors $q_B = -4{,}8\ \mu C$.

2. a. Comme $q_B < 0$, elle porte un excès d'électrons.
b. Cette situation est donc représentée par le schéma **C**.

3. Dans ce cas, le signe de la tension u_{AB} est positive.

18 ***Charge et tension***
Un condensateur céramique de capacité 10 nF est chargé avec une tension de 6,0 V.
Quelle est la charge portée par chacune des plaques qui le constituent ?

$q = C \cdot U = 10 \times 10^{-9} \times 6{,}0 = 6{,}0 \times 10^{-8}$ C

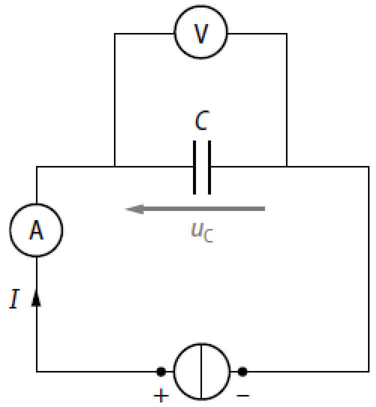
19 **1. a.** On a $q = I \cdot \Delta t$ et $q = C \cdot u$, donc :

$$C = \frac{I \cdot \Delta t}{u} = \frac{12 \times 10^{-3} \times 60}{1{,}5} = 0{,}48 \text{ F} = 480 \text{ mF}.$$

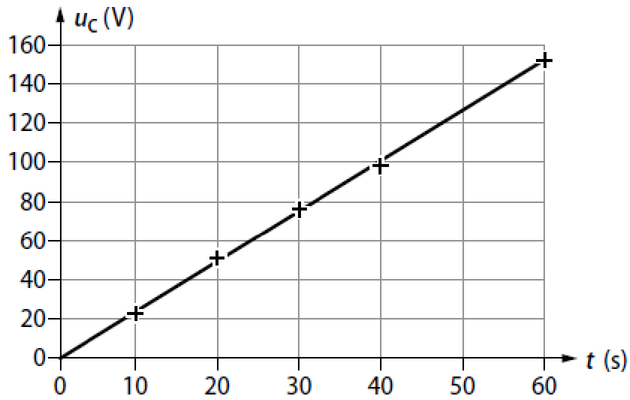
b. Sur la photographie, l'unité est le microfarad. Les valeurs sont différentes d'un facteur 1 000.

2. Il s'agit d'une valeur élevée pour une capacité usuelle.

20 **1.**



2. a.



b. D'après le graphique, on peut dire que la tension u_C et la durée de fonctionnement sont proportionnelles. Ce résultat expérimental est cohérent avec la relation vue en cours.

c. Le coefficient directeur de la droite est relié à la valeur de la capacité du condensateur.

$q = C \cdot u_C$ et $q = I \cdot \Delta t$ donc : $u_C = \dfrac{I}{C} \cdot \Delta t$.

Le calcul du coefficient directeur permet donc de calculer la capacité C du condensateur :

$$C = \frac{I \cdot \Delta t}{u_C} = \frac{1{,}0 \times 10^{-3} \times 60}{152} = 3{,}9 \times 10^{-4} \text{ F}$$

21 $q = C \cdot U$ et $q = I \cdot \Delta t$ donc :

$$\Delta t = \frac{C \cdot U}{I} = \frac{330 \times 10^{-6} \times 42}{2{,}0 \times 10^{-3}} = 6{,}9 \text{ s}.$$

22 **1.** u_C : tension aux bornes du condensateur (en V) ; E : tension du générateur (en V) ; R : résistance électrique (en Ω) ; C : capacité (en F) et t : temps (en s).

2. a. u_C est une fonction du temps car la valeur de la tension aux bornes du condensateur varie en fonction de la variable t.

b. Lorsque $t = 0$, alors u_C est également nulle et lorsque t devient très grand, alors u_C tend vers E.

3. Cette expression correspond à une fonction croissante, il s'agit donc de la charge du condensateur.

23 *Une erreur s'est glissée à la question 4, où il faut lire :*

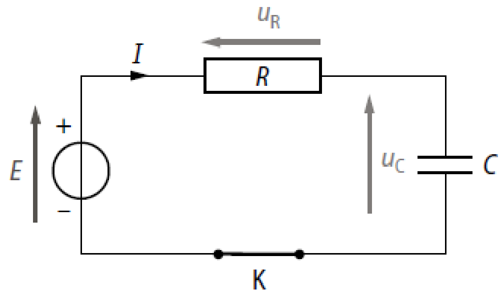
« La solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$u_C(t) = A + B \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}.$$

Déterminer les expressions des constantes A et B en utilisant les valeurs de u_C à l'instant initial et lorsque le condensateur est totalement chargé. »

Cette erreur a été corrigée sur le manuel de l'élève et les manuels numériques.

1.



2. a. À l'instant initial, le condensateur est déchargé. La tension à ses bornes est nulle.

b. Lorsque le condensateur est chargé, la tension à ses bornes est égale à E.

3. À chaque instant t, la loi d'additivité des tensions permet d'écrire : $E = u_C + u_R$

D'après la loi d'Ohm, on peut écrire : $u_R = R \cdot i$.

L'équation précédente devient $E = u_C + R \cdot i$

De plus, $q = C \cdot u_C$ et $i = \dfrac{dq}{dt}$, donc $i = C \cdot \dfrac{du_C}{dt}$.

On en déduit que la tension u_C vérifie l'équation différentielle :

$$E = u_C + R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} \text{ soit : } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = \frac{E}{R \cdot C}$$

4. À l'instant $t = 0$, la tension u_C est nulle (question **2. a.**). L'équation donnée devient :

$$u_C(0) = \text{A} + \text{B} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \times 0} = 0, \text{ donc A} = -\text{B}.$$

On a donc $u_C(t) = -\text{B} + \text{B} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$

Lorsque t tend vers plus l'infini, $u_C(t)$ tend vers – B et le condensateur est chargé :

$u_C(t) = E$, donc B = – E.

D'où A = E et B = – E.

Finalement, $u_C(t) = E - E \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$

5. On remplace, dans l'équation différentielle, u_C par l'expression trouvée à la question précédente :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C$$
$$= \frac{E}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t} + \frac{1}{R \cdot C}\left(E - E \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}\right) = \frac{E}{R \cdot C}$$

Cette fonction est bien solution de l'équation différentielle.

Faire le point avant d'aller plus loin

Citer les différents éléments qui constituent un condensateur.

Un condensateur est un ensemble de deux conducteurs placés l'un en face de l'autre et séparés par un isolant. Les deux conducteurs sont appelés armatures du condensateur.

Énoncer le lien entre débit de charge et intensité du courant électrique.

L'intensité du courant électrique correspond au débit de charges électriques, c'est-à-dire à la quantité d'électricité qui traverse la surface S du conducteur par seconde.

En courant continu, l'intensité du courant I est constante ainsi que le débit de charge. En courant variable, l'intensité du courant peut varier à chaque instant : elle s'écrit comme une fonction dépendant du temps $i(t)$.

Identifier des exemples du quotidien où il y a accumulation de charges de signes opposés sur des surfaces en regard.

L'accumulation de charges peut s'observer dans les nuages, en approchant ses cheveux d'un écran multimédia, en approchant un doigt de la carrosserie d'une voiture un jour de grand vent, etc.

Rappeler l'expression du temps caractéristique du circuit RC série.

Généralement noté τ, le temps caractéristique du circuit RC série est égal au produit $R \cdot C$. Il est homogène à un temps et s'exprime en seconde (s).

Citer des ordres de grandeur de valeurs de capacités usuelles.

Les valeurs usuelles des capacités usuelles s'expriment à l'aide des sous-multiples du farad. On peut couramment aller de quelques centaines de millifarad (10^{-6} F) au nanofarad (10^{-9} F).

Nommer les grandeurs et les unités dans la relation : $q = C \cdot u$.

q est la charge portée par les armatures d'un condensateur. Elle est proportionnelle à la tension u entre les armatures. Le coefficient de proportionnalité C est appelé capacité du condensateur et dépend des propriétés du condensateur utilisé.

q : charge en coulomb (C) → $\boldsymbol{q = C \cdot u}$

C : capacité en farad (F)

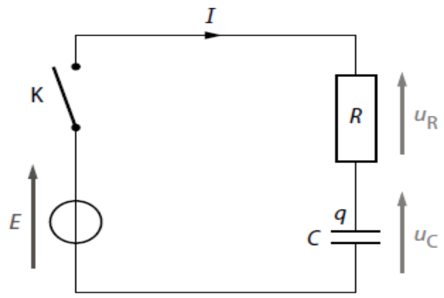
u : tension en volt (V)

Expliquer le principe de fonctionnement de quelques capteurs capacitifs.

La capacité d'un condensateur dépend de plusieurs paramètres : la surface des armatures, l'épaisseur et la nature du matériau isolant entre les armatures, ce qui permet d'expliquer le fonctionnement des capteurs capacitifs. Ces dispositifs technologiques sont conçus pour réaliser la mesure de déplacement, d'épaisseur, de distance et de position. Ils fonctionnement sans contact, aussi bien avec des objets conducteurs ou isolants (voir quelques exemples p. 505 du manuel).

Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans le cas de sa charge s'écrit :

$$\boldsymbol{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = \frac{E}{R \cdot C}}$$



D'après la loi d'additivité des tensions : $E = u_C + u_R$.

D'après la loi d'Ohm, on a $u_R = R \cdot i$, donc $E = u_C + R \cdot i$.

Or $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C \cdot u_C$, donc $i = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt}$.

C étant constante ; alors $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ soit :

$E = u_C + R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt}$

D'où $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = \frac{E}{R \cdot C}$, équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur.

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ

- Les **lois de l'électricité** appliquées au circuit étudié conduisent à l'équation différentielle.
- L'homogénéité d'une grandeur est établie à partir d'une **analyse dimensionnelle**.

LES VERBES D'ACTION

- **Établir :** mettre en œuvre une stratégie pour trouver un résultat.
- **Déduire :** utiliser le résultat précédent pour répondre.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. La loi des mailles dans le circuit s'écrit : $E = u_R + u_C$

Comme $q = C \cdot u_C$; $i = \dfrac{dq}{dt}$ et $u_R = R \cdot i$ on a :

$$E = R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C$$

2. Pour établir l'expression de τ, on introduit la solution $u_C(t)$ donnée dans l'équation différentielle précédente :

$$E = R \cdot C \cdot \frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$0 = E \cdot \left(\frac{R \cdot C}{\tau} - 1\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = R \cdot C$$

La définition de la capacité permet d'écrire $q = C \cdot u_C$ et comme le générateur d'intensité est continue, le débit de charges s'écrit : $I = q / \Delta t$.

On en déduit :

$$I = \frac{C \cdot u_C}{\Delta t} \text{ d'où } u_C = \frac{I \cdot \Delta t}{C}$$

Analyse dimensionnelle

On a $q = C \cdot u_C$

donc $\dim C = \dfrac{\dim q}{\dim u} = \dfrac{I - T}{\dim u}$

et $\dim R = \dfrac{\dim u}{I}$

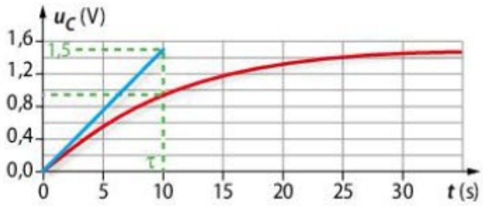
d'où

$$\dim \tau = \dim R \cdot C = \frac{\dim u}{I} \cdot \frac{I \cdot T}{\dim u} = T$$

La grandeur τ est homogène à une durée.

b. $\tau = R \cdot C = 1{,}0 \times 10^6 \times 10 \times 10^{-6} = 10$ s

3. On utilise une des deux méthodes graphiques : tracé de la tangente à l'origine ou 63 % de la valeur finale.



QUELQUES CONSEILS

1. L'équation différentielle est obtenue en éliminant q et i dans l'écriture de la loi des mailles.

2. Le produit de deux termes est nul si au moins un de deux terme et nul.

3. Commencer par identifier la valeur finale de u_C.

Préparation à l'écrit

Airbag et condensateur

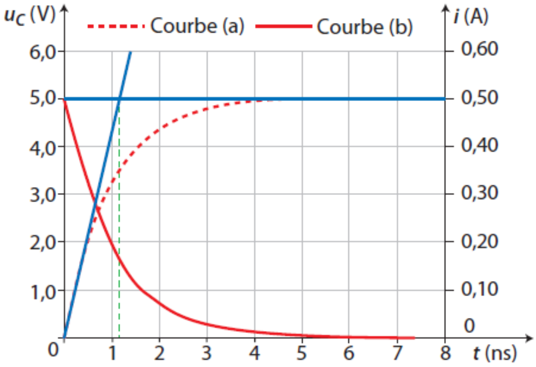
Partie I

1. La capacité du condensateur est de 100 pF, ce qui est de l'ordre de grandeur des capacités usuelles.

2. À l'instant $t = 0$ s, le condensateur est déchargé, donc la tension à ses bornes est nulle.

La courbe (b) représente donc la courbe $u_C = f(t)$. Au bout d'un temps suffisamment long, le condensateur est chargé (la tension à ses bornes est égale à celle du générateur) et l'intensité du courant dans le circuit est $i = 0$ A. La courbe (a) représente donc l'évolution temporelle du courant i.

3. a. Graphiquement, on peut utiliser la méthode de la tangente à l'origine.



On trouve graphiquement $\tau = 1{,}2$ ns.

b. Ce temps est extrêmement court comparé à la durée du choc de 200 ms. Le condensateur a largement le temps d'être chargé, donc l'airbag se déclenchera pendant le choc.

4. Établissons l'équation différentielle de la charge du condensateur :

– d'après la loi des mailles : $u_R + u_C = E$;

– d'après la loi d'Ohm : $u_R = R \times i$ avec $i = \dfrac{dq}{dt} = C \times \dfrac{du_C}{dt}$;

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur lors de sa charge : $R \times C \times \dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$.

Ce qui s'écrit aussi : $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{-1}{R \times C} u_C + \dfrac{E}{R \times C}$.

5. Les solutions d'une équation de la forme $y' = ay + b$ (avec $a \neq 0$) sont de la forme $y = K \times e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ avec K une constante d'intégration réelle.

Par identification, on trouve $a = -\dfrac{1}{R \times C}$ et $b = \dfrac{E}{R \times C}$, donc $\dfrac{b}{a} = -E$. Les solutions sont de la forme $u_C = K \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + E$.

Pour $t = 0$ s, on a $u_C = K + E = 0$ V d'après les conditions initiales. Ainsi $K = -E$ et :

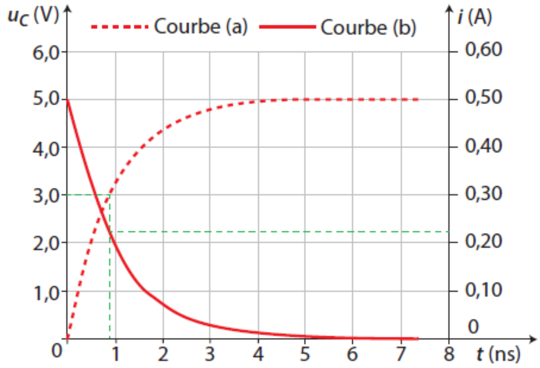
$$u_C = -E \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + E = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ avec } \tau = R \times C.$$

6. D'après la solution $\tau = R \times C \Rightarrow R = \dfrac{\tau}{C}$

soit $R = \dfrac{1{,}2 \times 10^{-9}\ \text{s}}{100 \times 10^{-12}\ \text{F}} = 12\ \Omega$.

L'ordre de grandeur de la résistance est de la dizaine d'ohms.

7. On a à tout instant : $u_R = R \times i$.



Prenons une valeur quelconque du graphique.

Pour $u_C = 3{,}0$ V, on a $i = 0{,}21$ A. D'après la loi des mailles, $u_R = E - u_C$ soit $u_R = 5{,}0 - 3{,}0 = 2{,}0$ V.

On en déduit : $R = \dfrac{u_R}{i} = \dfrac{2{,}0\ \text{V}}{0{,}21\ \text{A}} = 9{,}5\ \Omega$.

On retrouve bien le même ordre de grandeur.

Partie II

1. Le rapprochement des deux armatures entraîne une diminution de la distance d et une augmentation de la capacité C. La bonne expression est celle pour laquelle C et d sont inversement proportionnelles, soit l'expression b.

2. L'interrupteur a été fermé au moment de la mise sous tension de l'accéléromètre bien avant le choc. Comme le temps caractéristique du dipôle d'après la question **I 3. b.** est très inférieur à la durée du choc, on peut considérer que la charge du condensateur a été instantanée. On a donc $u_C = E$.

De plus $q = C \times u_C$ d'où $q = C \times E$.

3. Le choc ne modifie pas la force électromotrice de la pile E. La tension aux bornes du condensateur reste donc la même : $u_C = E = 5{,}0$ V.

Or $q = C \times u_C$; comme la capacité C du condensateur augmente avec le choc, et que la tension u_C reste inchangée, la charge q du condensateur augmente lors du choc : le condensateur de capacité plus grande continue à se charger !

Cette variation Δq de la charge q au niveau de chaque armature du condensateur en une durée Δt entraîne le passage d'un courant d'intensité moyenne $i = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$, lequel peut être détecté. Ce courant est de même sens que lors de la charge du condensateur.